

Trabajo Fin de Grado en Física

Determinación de las propiedades mecánicas de la madera de chopo mediante ensayos no destructivos

Miguel Palomino Cobo

Universidad de Granada

Julio de 2019



**UNIVERSIDAD
DE GRANADA**

Resumen

En este trabajo de fin de grado se realiza un estudio teórico y práctico de la obtención de propiedades mecánicas mediante técnicas acústicas. Los ensayos son aplicables para todo tipo de materiales, pero el trabajo se centrará en la obtención de la rigidez dinámica de la madera de chopo. Se analiza la diferencia entre varios tipos de ensayos, de forma teórica y experimental, comparando con los resultados obtenidos mediante ensayos destructivos en el laboratorio.

Abstract

In this end-of-degree project, a theoretical and practical study to obtain mechanical properties through acoustic techniques is carried out. The tests are applicable for all types of material, but the work will focus on obtaining the dynamic stiffness of poplar wood. The difference between several types of tests is analyzed, in a theoretical and experimental way, comparing with the results obtained through destructive tests in the laboratory.

Índice

1	Introducción	7
1.1	Motivación y contexto.	7
1.2	Objetivos.	7
2	Estado del arte	8
3	Fundamento teórico	9
3.1	Ondas de volumen.	9
3.2	Modelo unidimensional.	10
3.3	Diferencias entre onda y vibración.	11
3.4	Propagación en vigas de madera.	12
4	Materiales y métodos	15
4.1	Maderas y vigas.	15
4.2	Ensayo de vibraciones.	16
4.3	Tratamiento de señales.	18
5	Resultados	19
5.1	Rigidez dinámica: Método simplificado.	19
5.2	Comparación con ensayos destructivos.	25
6	Conclusiones	27
	Referencias	28

Índice de tablas

1	Resultados del ensayo de la resonancia. Modelo simplificado.	20
2	Rigidez obtenida a partir del ensayo de la resonancia. Modelo simplificado.	23
3	Rigidez dinámica media E_{din} por árbol. Modelo aproximado.	24
4	E_{est} media obtenida a partir de los ensayos destructivos para cada viga.	25

Índice de figuras

1	Ejes ortogonales escogidos para la descripción de la madera.[1]	13
2	Velocidad longitudinal, radial y tangencial respecto a la fibra.[2]	13
3	Montaje experimental.	16
4	Ejemplo de espectro analizado con el software propio del osciloscopio.	18
5	Espectro resultante del ensayo de resonancia para todas las vigas.	19
6	Velocidad de propagación media por árbol y troza.	21
7	Velocidad de propagación media por árbol.	21
8	Histograma de E_{din} ajustado a una distribución normal.	22
9	Ajuste lineal. E_{din} frente a E_{est}	26

Agradecimientos.

A Don Antolino Gallego Molina, por darme la oportunidad de participar en este proyecto.

A mis compañeros del grupo ADIME: Fran, Maria y Chihab, por aguantarme en los momentos mas duros.

Al Departamento de Física Aplicada en la ETS de Ingeniería de Edificación de la Universidad de Granada, por cederme un espacio donde poder investigar.

A mi maestra Doña Ana Yebra, por su ayuda y transmitirme su pasión en la Acústica y en la Docencia.

A mi familia, por inculcarme los valores y la curiosidad en la física.

A mis compañeros, mis nakamas, una Doom Patrol. Por que por separado somos unos 'outsiders', pero juntos estamos consiguiendo ser Físicos. Por este y por todos los retos que quedan por venir.

1 Introducción

1.1 Motivación y contexto.

Ante el creciente interés por el uso de la madera en la construcción debido fundamentalmente a la nueva Directiva Europea de Eficiencia Energética de Edificios, se espera una mayor presión sobre los bosques naturales, lo cual puede tener efectos muy negativos. Esto lleva a plantear la necesidad de aumentar e incentivar el cultivo de especies de crecimiento rápido. La madera de chopo, proveniente de cultivos autóctonos bien consolidados, especialmente abundante en la provincia de Granada, cumple estos requerimientos, creando riqueza en las áreas rurales, manteniendo la salud de los ecosistemas y favoreciendo la fijación de CO_2 . Actualmente, su madera se usa sobretodo en embalajes y tableros de contrachapado para muebles. La baja diversidad de aplicaciones, junto con la competencia con otros materiales, viene provocando una disminución de la rentabilidad de los cultivos. Su uso en la construcción abre, sin embargo, nuevas y positivas perspectivas.

En este contexto el grupo de investigación ADIME, Acústica y Diagnóstico de Materiales y Estructuras (adime.ugr.es) está desarrollando un proyecto de investigación, proyecto COMPOP titulado “Desarrollo de nuevos productos híbridos madera de chopo / materiales compuestos”, Financiado por el Ministerio de Economía y Competitividad de España (Retos, BIA2017-82650-R) y CDTI en colaboración con el Instituto de Investigación y Formación Agraria y Pesquera de Andalucía (IFAPA).

Dentro de este proyecto, uno de los paquetes de trabajo tiene como objetivo el desarrollo y aplicación de nuevas técnicas experimentales vibro-acústicas para la caracterización mecánica de la madera de chopo en árbol y una vez aserrada.

1.2 Objetivos.

Como parte de este proyecto, en este Trabajo Fin de Grado se desarrollará y validará un protocolo de medida de las propiedades mecánicas de la madera sobre probetas prismáticas de laboratorio, usando el método de vibraciones libres. Luego se aplicará este protocolo a la madera de chopo extraída de diversas plantaciones experimentales usadas en el proyecto.

Por ello, como parte de este proyecto, los objetivos de este Trabajo Fin de Grado serán:

1. Medir las propiedades mecánicas de la madera de chopo.
2. Desarrollar y validar un método no destructivo para realizar estas medidas.
3. Aplicar este protocolo a la madera de chopo extraída de diversas plantaciones experimentales usadas en el proyecto.

2 Estado del arte

Tradicionalmente, la calidad de la madera se ha estudiado en base a mediciones físicas simples. Las características y defectos de la madera, se califica visualmente. Aunque estos grados pueden ser suficientes cuando la apariencia es la consideración principal, la adecuación de los grados visuales para aplicaciones que implican rigidez y resistencia es cuestionable, ya que en realidad no se obtiene ninguna medida de estas propiedades. Para mejorar la fiabilidad se desarrolló de la “machine stress rating” (MSR), tecnología pensado por y para la madera. Esta utiliza una relación entre la rigidez y la resistencia a la flexión. En comparación con la clasificación visual, esta proporciona un enfoque más exacto del problema. Al desarrollarse nuevos productos de madera en ingeniería, se han hecho necesarias las pruebas no destructivas para caracterizar la rigidez y resistencia del material. [3]

Las pruebas no destructivas (NDT) tienen como objetivo calcular el módulo longitudinal de elasticidad (MOE). Este se calcula mediante su relación con la velocidad de propagación de la onda en la dirección longitudinal. En general, hay dos métodos bien establecidos. El primero es el método de resonancia o vibraciones, generando estas vibraciones del material con un golpeo o a partir de una fuente emisora de ultrasonidos. El segundo es el Tiempo de Vuelo (TOF), que consiste en calcular la velocidad midiendo el tiempo que la señal tarda en recorrer una determinada longitud en el árbol vivo. [1, 4]

Las pruebas no destructivas (NDT) y las evaluaciones no destructivas (NDE) de los materiales continuamente están evolucionando. Ahora los procedimientos, las técnicas y el equipo de evaluación es de uso generalizado en este sector. Por todo el mundo se están desarrollando innovaciones en el campo de NDT para evaluar madera y madera reforzada por otros materiales. [5, 6]

3 Fundamento teórico

3.1 Ondas de volumen.

Para describir las propiedades mecánicas de un medio se suele utilizar las constantes de Lamé y de corte (λ , μ), el modulo de Young (E), el modulo de volumen (κ) y el coeficiente de Poisson (ν). La relación entre ellos viene dada por las ecuaciones [3.1]. [7]

$$E = \mu \frac{3\lambda + 2\mu}{\lambda + \mu} \quad \nu = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)} \quad \kappa = \frac{3\lambda + 2\mu}{3} \quad (3.1)$$

A partir de las Leyes de Newton, se puede describir la acción de fuerzas sobre un elemento de volumen [7, 8]. En términos más generales esto se conoce como la ecuación de Navier [3.2]. Donde ρ es la densidad del medio, \vec{f} son las fuerzas externas y \vec{u} es el desplazamiento.

$$\rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \nabla (\nabla \cdot \vec{u}) + \mu \nabla^2 \vec{u} + \vec{f} \quad (3.2)$$

Habitualmente el desplazamiento se expresa en función de los potenciales, a partir de la descomposición de Helmholtz. [8]

$$\vec{u} = \vec{u}_p + \vec{u}_s \quad \begin{cases} \vec{u}_p \equiv \text{Ondas P} & \nabla \times \vec{u}_p = 0 \\ \vec{u}_s \equiv \text{Ondas S} & \nabla \cdot \vec{u}_s = 0 \end{cases} \quad (3.3)$$

A las ondas P se les conoce como "Ondas de compresión" y son longitudinales. Las ondas S se les llama "Ondas de corte" y son transversales.

De estas condiciones expresadas en la ecuación [3.3], utilizando la identidad:

$$\nabla^2 \vec{u} = \nabla (\nabla \cdot \vec{u}) - \nabla \times (\nabla \times \vec{u}_p) \quad (3.4)$$

y considerando la ausencia de fuerzas externas (\vec{f}), se obtiene de la ecuación [3.5].

$$\begin{cases} \text{Ondas P} & \nabla^2 \vec{u}_p = \frac{\rho}{\lambda + 2\mu} \frac{\partial^2 \vec{u}_p}{\partial t^2} \\ \text{Ondas S} & \nabla \cdot \vec{u}_s = \frac{\rho}{\mu} \frac{\partial^2 \vec{u}_s}{\partial t^2} \end{cases} \quad (3.5)$$

Por analogía con la ecuación de ondas

$$\nabla^2 \phi = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \quad (3.6)$$

se tiene que la velocidades de las Ondas P y S son:

$$\begin{cases} \text{Ondas P} & c_p = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} \\ \text{Ondas S} & c_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \end{cases} \quad (3.7)$$

Calculando la razón entre ambas velocidades se puede ver que la velocidad de las ondas P es mayor que la de las S. [9]

$$\frac{c_p}{c_s} = \sqrt{\frac{\mu}{\lambda + 2\mu}} > 1 \implies c_p > c_s$$

3.2 Modelo unidimensional.

En este modelo se asume que la onda depende de la posición (x_1) y el tiempo. A partir de la ecuación de Navier [3.2] y utilizando la identidad mostrada en la ecuación [3.4], en una dimensión, se obtendría la ecuación [3.8] presentada para cada componente de la onda $\vec{u} = (u_1 u_2 u_3)$, utilizando el modulo de Poisson (ν) y el modulo de Young (E). [10, 8]

$$\begin{cases} \rho \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = E \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} + \vec{f} \\ \frac{\partial u_2}{\partial x_2} = \frac{\partial u_3}{\partial x_3} = -\nu \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \end{cases} \quad (3.8)$$

Del mismo modo que en el apartado anterior, por analogía con la ecuación de ondas en una dimensión:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x_1^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \quad (3.9)$$

Así, considerando la ausencia de fuerzas externas (\vec{f}) y; relacionando las ecuaciones [3.8] y [3.9], se obtiene que la velocidad longitudinal V_L es:

$$V_L = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (3.10)$$

En este caso no dependerá del modulo de Poisson. Esta velocidad longitudinal es un dato útil en el estudio de vigas, o varillas; que tienen una pequeña sección transversal y una superficie libre de tracción. Esto se debe a que las componentes de tensión que desaparecen en la superficie se supone que son despreciables en el interior. [11, 12]

3.3 Diferencias entre onda y vibración.

Si golpeamos en un extremo de una viga, estaremos produciendo una onda de volumen. Esta se reflejará en el otro extremo y se genera una onda estacionaria. Si representamos este fenómeno mediante el modelo unidimensional, resolviendo la ecuación [3.9] y aplicando las condiciones de contorno, se obtendrá la velocidad de propagación de la onda estacionaria. En concreto se calcula mediante la ecuación [3.11], la velocidad longitudinal V_L .

$$V_L = \frac{2Lf_n}{n} \quad (3.11)$$

Donde " L " es la longitud de la viga y " f_n " es la frecuencia correspondiente al armónico " n ". A estos armónicos también se les conoce como modos de vibración.

Todo movimiento periódico se puede analizar considerando que es la combinación de los movimientos periódicos de todos los modos de vibración. Si se encuentran estos modos, se podrá analizar el movimiento como superposición de todas estas vibraciones u oscilaciones armónicas. No se podrá encontrar cuando la vibración es de gran intensidad, ya que el sistema no se podrá suponer como lineal. [13]

Por lo general, esto se realiza a partir de un análisis de Fourier, con el que se estudia el movimiento de una perturbación confinada tanto temporal como espacialmente. [14]

Por una parte, una vibración es definida y limitada por su entorno. Se convierte en la onda reflejándose continuamente y sin salir de un cuerpo delimitado. El entorno se asienta en un movimiento oscilatorio constante, pero debe de pasar por un tiempo en el que se desarrolla un estado transitorio. Por otra parte, una onda es una perturbación que se propaga libremente y experimenta sólo un número finito de interacciones. Uno de los principales problemas en el estudio de la propagación de ondas es comprender cómo esta interactúa con su entorno y analizarla mediante cada una de sus interacciones. [8]

3.4 Propagación en vigas de madera.

Un material ortótropico es aquel que tiene propiedades diferentes para cada uno de los ejes o direcciones ortogonales, siendo para cada una de estas lineal y homogéneo. Este es un tipo de anisotropía característica de materiales como la madera. La ecuación de ondas vendrá descrita por la ecuación de Kelvin-Christoffel. [15]

$$[\Gamma - \rho V^2 I] [\vec{u}] = 0 \quad (3.12)$$

donde " ρ " es la densidad, " V " es la velocidad de propagación de la onda, " I " es la identidad y " Γ " es la matriz de Kelvin-Christoffel. Esta última es una matriz simétrica; relacionada con las propiedades mecánicas del medio. En nuestro caso, al escoger unos ejes de simetría ortogonales los elementos de la matriz vendrán dados por los elementos de matriz C. [1, 16]

$$\begin{aligned} \Gamma_{11} &= n_1^2 C_{11} + n_2^2 C_{66} + n_3^2 C_{55} \\ \Gamma_{22} &= n_1^2 C_{66} + n_2^2 C_{22} + n_3^2 C_{44} \\ \Gamma_{33} &= n_1^2 C_{55} + n_2^2 C_{44} + n_3^2 C_{33} \\ \Gamma_{12} &= n_1 n_2 (C_{12} + C_{66}) \\ \Gamma_{13} &= n_1 n_3 (C_{13} + C_{55}) \\ \Gamma_{23} &= n_3 n_2 (C_{23} + C_{44}) \end{aligned} \quad (3.13)$$

donde " n_k " son los cosenos directores y " C_{ij} " son los elementos de la matriz inversa " C " del tensor de flexibilidad " S ". En el caso isótropo:

$$S = \frac{1}{E} \begin{pmatrix} 1 & -\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & 1 & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & -\nu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) \end{pmatrix}$$

La velocidad longitudinal de la onda (onda P) se puede calcular a partir de la ecuación [3.13], utilizando $n_1 = 1$, $n_2 = 0$ y $n_3 = 0$. [17, 1]

$$V_L = \sqrt{\frac{C_{11}}{\rho}} = k \sqrt{\frac{E_L}{\rho}} \quad (3.14)$$

donde la constante " k " estará relacionada con el coeficiente de Poisson " ν " [1]. En el caso isótropo, se calcula según la siguiente expresión:

$$k = \sqrt{\frac{(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)}} \quad (3.15)$$

Si se utilizan las relaciones de la ecuación [3.1], se obtienen resultados similares [18]. Con lo que la ecuación [3.14] coincide con la ecuación [3.7].

Para utilizar estas ecuaciones en nuestro caso concreto, utilizaremos coordenadas cilíndricas debido a la forma de crecimiento del árbol. Los ejes ortogonales a utilizar serán el longitudinal, el radial y el tangencial respecto a la fibra, como se muestra en la Figura [1].

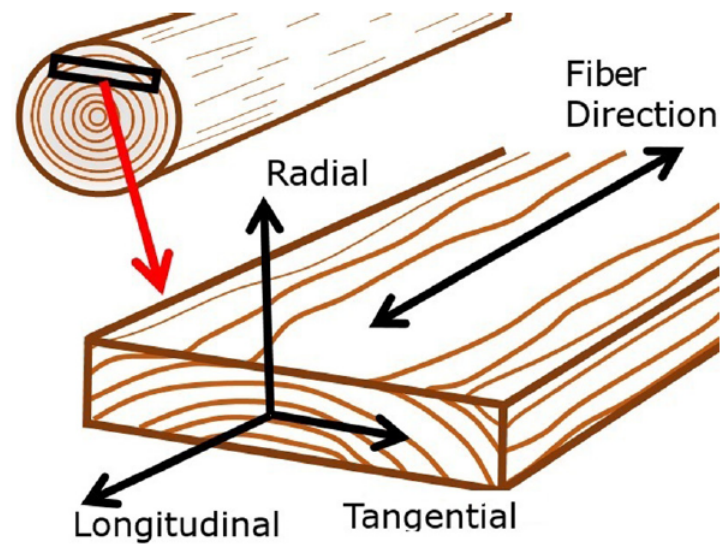


Figura 1: Ejes ortogonales escogidos para la descripción de la madera.[1]

En resultados previos de otros investigadores, la velocidad longitudinal resulta mayor que la tangencial y la radial, debido a que esta corresponde a la direccional de las fibras [19, 20, 2]. Esto se observa en la Figura [2].

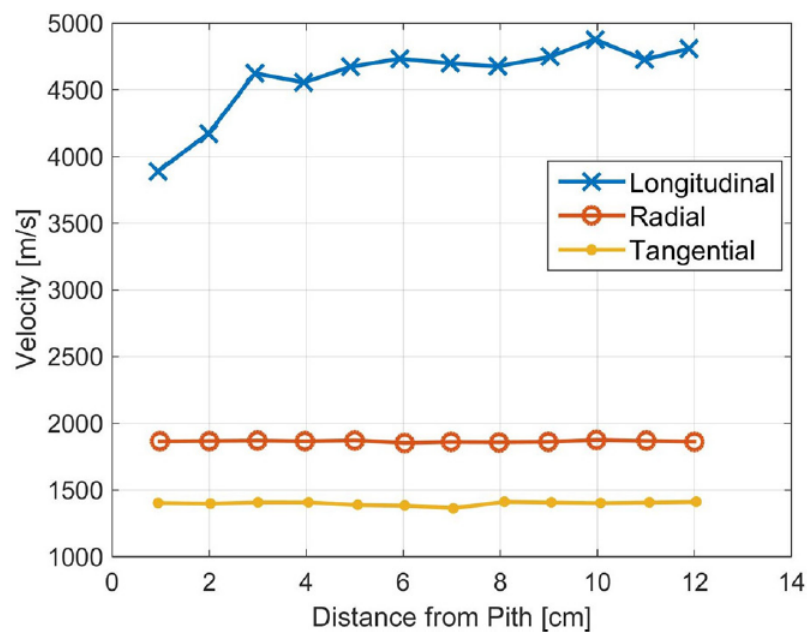


Figura 2: Velocidad longitudinal, radial y tangencial respecto a la fibra.[2]

En la ecuación [3.14] se observa que la velocidad longitudinal es inversamente proporcional a la densidad [21]. Como la densidad aumenta con la humedad y la temperatura, la velocidad longitudinal disminuirá con éstas. La madera es un material higroscópico, el cual absorbe o pierde agua según las condiciones ambientales. Esto también repercute en una variación en sus dimensiones. Así la humedad dependerá de las condiciones ambientales, y a su vez la velocidad de propagación longitudinal. [22]

También se observa que la atenuación acústica es más baja en la dirección longitudinal. Por ejemplo, esta atenuación es significativamente más alta que en el acero y aumenta con la frecuencia. [19]

4 Materiales y métodos

4.1 Maderas y vigas.

En este análisis físico-mecánico de la madera nos centraremos en un nivel macroscópico. A simple vista se puede analizar, debido a la heterogeneidad del material, ya que así es fácil diferenciar los ejes longitudinales, radiales y tangenciales a la fibra. [5, 23]

Como objeto de estudio se tomaron 15 árboles de chopo. En estos se diferenciaron por traza, parte inferior o superior del superior. Por cada troza, se tienen dos tablones, y de estos otros dos subtablones. A estos se les denomina como vigas, ya que cumplen la función de las mismas. Luego de cada árbol resultan 8 vigas y en total se obtienen 120 vigas de madera de chopo, con un volumen aproximado de $60\text{ mm} \times 120\text{ mm} \times 1250\text{ mm}$. Se clasifican las vigas mediante la notación " $XQY - Z$ ", donde:

- X denota al árbol.
- $Q = \{a, b\}$. Donde " a " hace referencia a la troza superior y " b " a la troza inferior.
- $Y = \{1, 2\}$ denota al tablón.
- $Z = \{1, 2\}$ denota al subtablón o viga.

A nivel macroscópico se distinguen los defectos de la madera:

- Nudos: Debido a las ramas del árbol.
- Fendas: Fisuras producidas principalmente en el secado de la madera o por tensiones de crecimiento durante el desarrollo del árbol.
- Acebolladuras: Debido a distintas velocidades de crecimiento entre anillos y falta de adherencia entre las capas de madera.
- Desviación de la fibra.
- Gemas. Defectos producidos durante el aserrado de las piezas.

Los defectos de la madera se miden mediante normativas, en concreto se ha utilizado la clasificación visual. Existen diversas clasificaciones según el tamaño de escuadría de la pieza, la especie de la que provenga la madera y el país de origen de la normativa. La madera con menos defectos tendrá mayor rigidez. y por tanto mayor calidad. [5]

En este caso solo se encontraron dos tipos de defectos principales en la madera de chopo, nudos y gemas. Como estos defectos influyen directamente en las propiedades mecánicas de la madera, por esto se han descartado ciertas vigas para el ensayo.

4.2 Ensayo de vibraciones.

Este ensayo se basa en generar vibraciones en el material mediante la producción de ondas estacionarias. Por la forma de obtener las propiedades acústicas del medio, este ensayo es calificado como «no destructivo» o «NDE». Un impacto o "pulso" en un extremo de la muestra induce una onda que fluye a lo largo de la longitud de la viga. El pulso es reflejado desde el extremo opuesto de la viga generando la vibración del material, por esto se le suele decir que estas técnicas están basadas en el "eco" [6]. Las características de las formas de onda observadas cuando se utilizan este tipo de técnicas dependen en gran medida del tipo de sensor utilizado. Se escogió producir mediante el golpeo de un martillo en un lado de la viga, con lo que la viga se comprime. Ésta resiste la compresión, generando entonces una onda de volumen. [13]

En el lado opuesto se coloca un sensor de la marca 'Picoscope', paralelo a la fibra, con el que se mide la señal de vibración. Dependiendo del tipo de madera, si es mas o menos densa, se necesitará practicar un orificio con el que facilitar la colocación. El montaje experimental consta de un martillo, un transductor, y el ordenador, mostrados en la Figura [3].

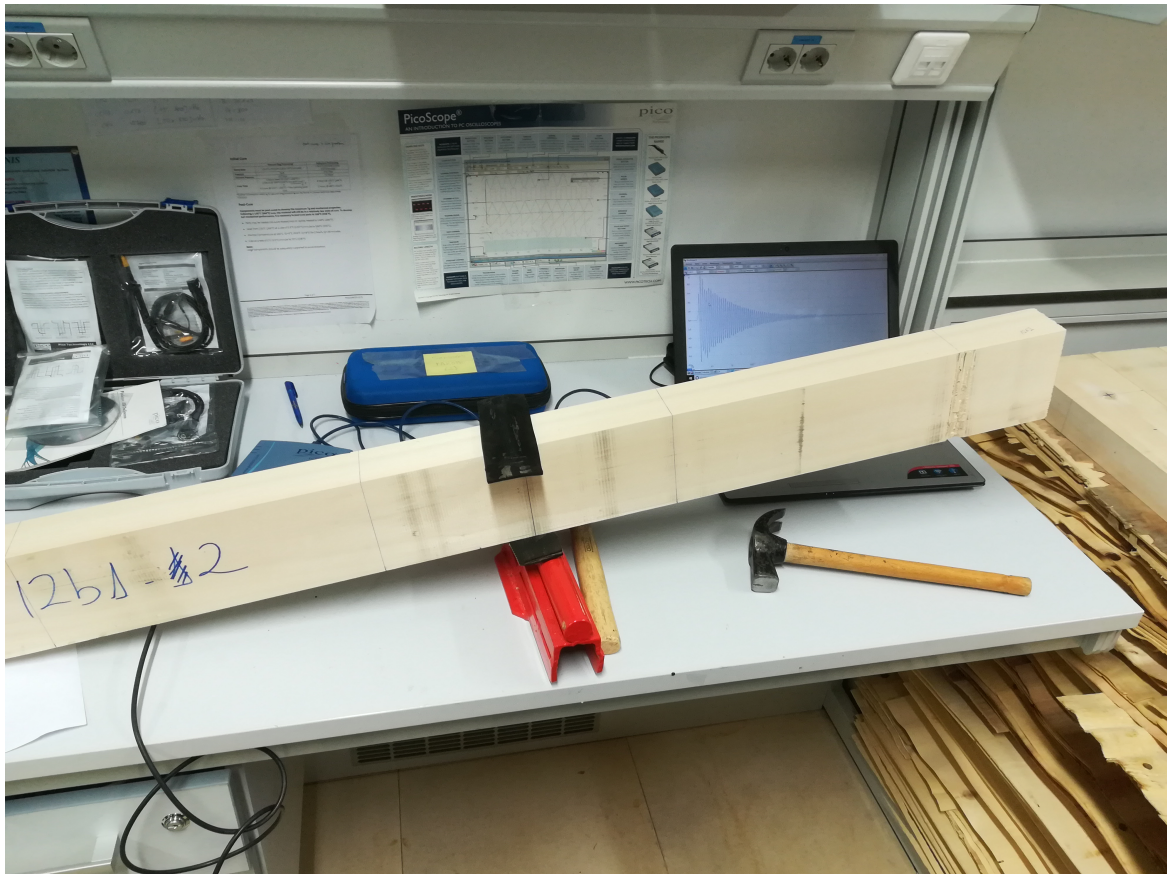


Figura 3: Montaje experimental.

La viga se sujeta de manera horizontal sobre un soporte que se evita la fricción con la mesa. La viga debe estar sujeta firmemente al golpear, con el fin de evitar que oscile sobre el soporte. El martillo con el que se practica el ensayo es uno estándar, solo sirve de ayuda para una mejor excitación de la vibración.. El golpe se practica de forma horizontal, con el fin de estudiar los modos longitudinales. Si este se realiza de forma vertical, se excitarían los modos transversales. Debe de ser seco y lo mas idéntico posible en todos los ensayos para asegurar que se midan los mismos modos. Si aplicamos una fuerza mayor no cambiarán los modos si no su amplitud, pero el sensor solo registrará hasta una determinada amplitud.

Calculando la Transformada de Fourier de la señal recibida, se obtiene el espectro de la misma [14]. A su vez la velocidad de propagación de la onda estacionaria a partir de la ecuación [3.11]. En primera aproximación, se toma el armónico fundamental. El calculo de esta velocidad longitudinal en el ensayo de vibraciones se obtendrá mediante la ecuación [4.1]. [10]

$$V_{Res} = 2Lf_0 \quad (4.1)$$

4.3 Tratamiento de señales.

El equipo que adquiere la señal es un osciloscopio, de la marca 'Picoscope'. Este representa la señal en pantalla, a partir de un software propio. Puede realizar el espectro de una única medida, que nos sirvió para contrastar nuestros resultados computacionales. En la Figura [4], se visualiza que el programa analiza el espectro.

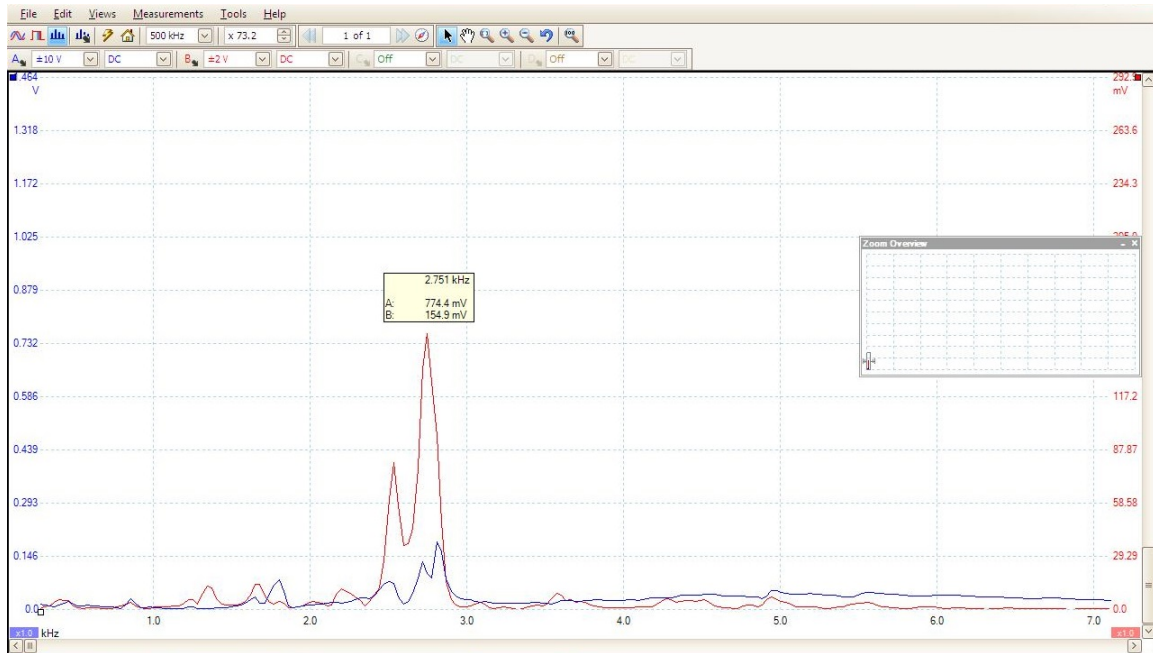


Figura 4: Ejemplo de espectro analizado con el software propio del osciloscopio.

Para obtener el armónico fundamental de la onda en la dirección preestablecida, se escogió realizar un programa en MATLAB. A partir de la señal recogida por el sensor, el programa calcula discretamente el espectro. Se escogió el armónico fundamental, para tres pruebas realizadas a cada tablón. Si en un mismo tablón se realizan los golpes como se describen en el método de vibraciones, las diferencias obtenidas en los armónicos principales no tienen dispersión. Aunque si la tendrá en el caso de considerar los resultados de diferentes tablonces, debido a la heterogeneidad de las muestras.

En la Figura [3] también se visualiza en la pantalla del ordenador el programa. Esta es la señal obtenida para la viga "12b1 - 2". En este caso, se analiza la amplitud de la onda y se ha especificado obtener una señal individual, escogiendo mostrar un 5% de señal antes del golpe. También se especifica una frecuencia de muestreo de 20 *ks*.

5 Resultados

5.1 Rigidez dinámica: Método simplificado.

En primer lugar, se calculan las frecuencias mediante el método de las resonancias. La Figura [5] muestra el espectro de las señales de vibración para todas las vigas. En todos los espectros se observa una agrupación del armónico fundamental en torno a 1.9 kHz , y del segundo armónico en torno a 3.25 kHz . En general, se muestra una tendencia que reproduce los primeros armónicos. Pero esto cambia si observamos el espectro por cada tabla, individualmente. Esto es debido a que el golpe es distinto en cada muestra, lo que influye en que se puedan llegar a excitar otros armónicos secundarios. También se debe tener en cuenta la heterogeneidad del medio.

Realizando una aproximación en una dimensión del problema, se calcula la velocidad a partir de la ecuación [4.1]. En la tabla [1] se muestran las frecuencias fundamentales y las velocidades de propagación resultantes.

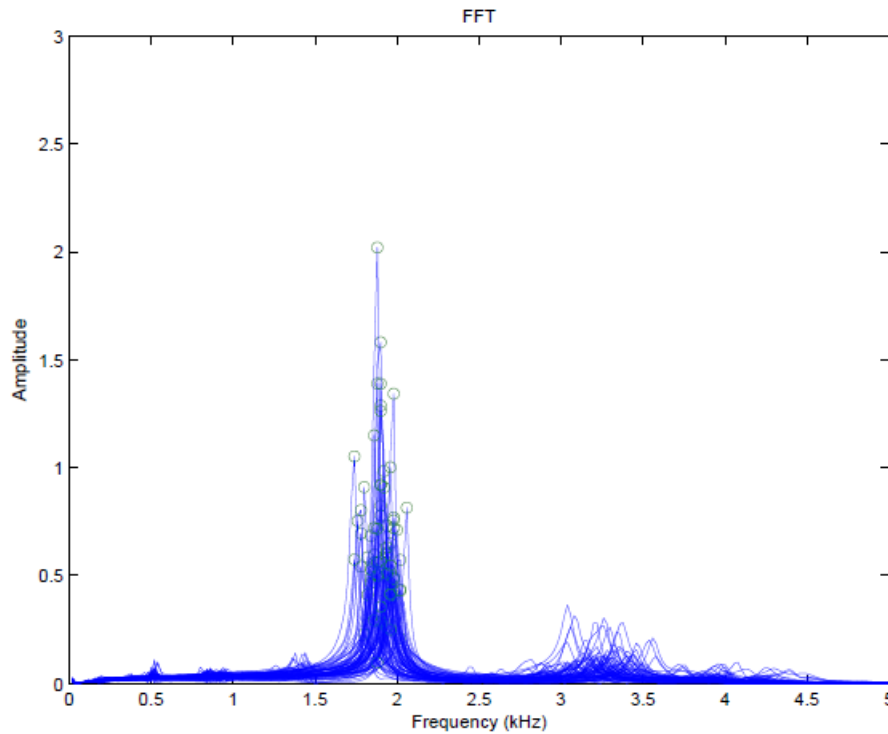


Figura 5: Espectro resultante del ensayo de resonancia para todas las vigas.

Muestra	$f(\text{kHz})$	$V_{res}(\text{m/s})$
1A1-1	1,900	4832
1B1-1	1,800	4462
1B1-2	1,820	4599
2A1-2	1,840	4598
2A2-2	1,880	4706
2B1-1	1,900	4794
2B1-2	1,939	4872
3A1-1	1,939	4895
3A1-2	1,959	4918
3A2-1	1,880	4698
3B1-1	1,740	4387
3B1-2	1,900	4786
4A1-1	1,900	4805
4A1-2	1,820	4585
4A2-2	1,880	4679
4B1-1	1,880	4736
4B1-2	1,840	4635
5A1-1	1,939	4926
5A1-2	1,880	4706
5A2-2	1,880	4717
5B1-1	1,979	4909
5B2-1	1,793	4571
6A1-1	1,900	4813
6A1-2	1,939	4833
6A2-1	1,860	4689
6B1-1	1,900	4805
6B1-2	1,959	4965
6B2-1	2,059	5156
7A1-1	1,953	4882
7A1-2	1,880	4717
7A2-2	1,999	4990
7B1-1	1,919	4825
7B1-2	1,979	4924
7B2-1	1,939	4914
7B2-2	1,979	4980
8A1-1	1,860	4685
8A1-2	1,979	4948
8A2-1	1,900	4824
8B1-1	1,900	4786
8B1-2	1,906	4769
8B2-1	2,019	5028
8B2-2	1,919	4883

<i>Muestra</i>	<i>f (kHz)</i>	<i>V_{res}(m/s)</i>
9A1-1	1,900	4786
9A1-2	1,880	4698
9A2-1	1,966	4915
9B1-1	1,959	4957
9B2-1	1,780	4509
9B2-2	1,860	4700
10A1-1	1,919	4768
10A1-2	1,806	4569
10A2-1	1,860	4656
10B1-1	1,840	4613
10B1-2	1,780	4473
10B2-2	1,880	4698
11A1-1	1,939	4666
11A1-2	2,019	5064
11A2-2	1,959	4984
11B1-1	1,860	4663
11B1-2	1,979	4988
11B2-1	1,840	4606
11B2-2	1,900	4756
12A1-1	2,019	5157
12A1-2	2,013	5011
12B1-1	1,919	4817
12B1-2	1,959	4945
12B2-1	1,979	5027
13A1-1	1,900	4714
13A1-2	1,979	4928
13A2-1	1,900	4729
13B1-1	1,760	4451
13B2-2	1,780	4502
14A1-1	1,860	4730
14A1-2	1,959	4890
14A2-2	1,979	4917
14B1-2	1,959	4887
14B2-2	1,939	5012
15A1-1	1,979	4534
15A1-2	1,800	4922
15A2-1	1,919	4837

Tabla 1: Resultados del ensayo de la resonancia. Modelo simplificado.

En la Figura [7] no se observa una dependencia de la velocidad de propagación con la troza de donde proviene el tablón. Resulta más importante el árbol del que procede el tablón. A su vez, en la Figura [7] se muestra una dispersión considerable para la velocidad de propagación por árbol. Esto es característico de un medio anisótropo, y más de la madera, al no obtener un valor constante entre varias muestras, por lo que entra dentro del error esperado.

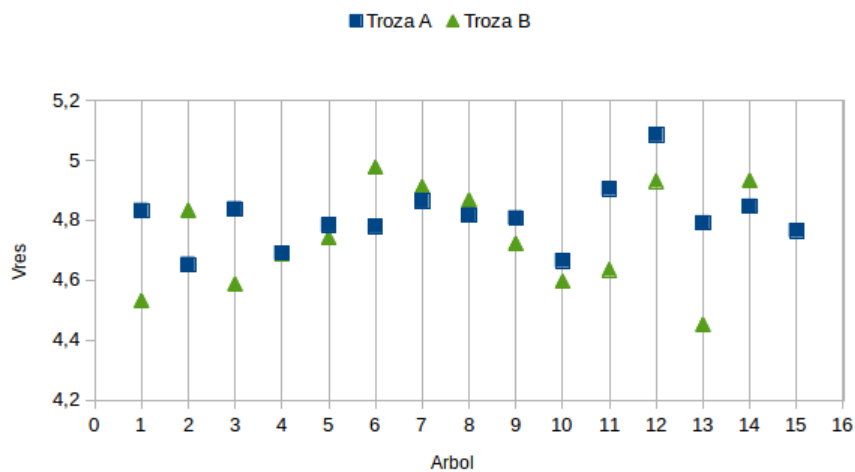


Figura 6: Velocidad de propagación media por árbol y troza.

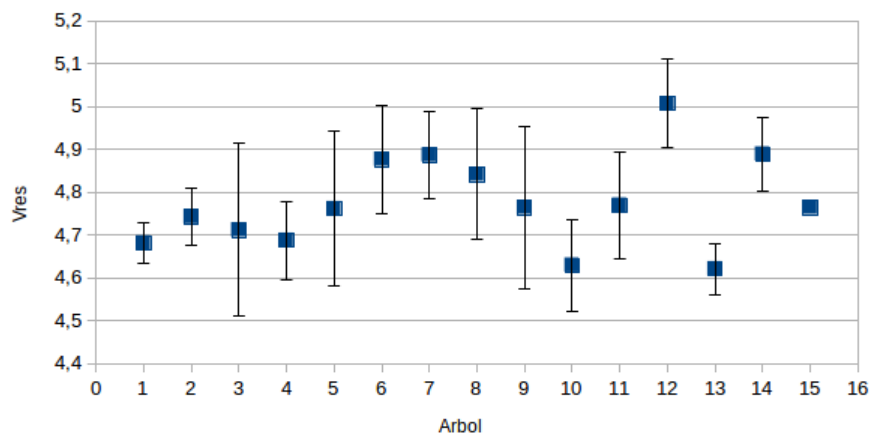


Figura 7: Velocidad de propagación media por árbol.

Utilizando el modelo unidimensional, a partir de la ecuación [3.10], la rigidez dinámica (E_{din}) se calcula a partir de la ecuación [5.1]:

$$E_{din} = \rho V_{res}^2 \quad (5.1)$$

Aplicando los datos mostrados en la tabla [1], se obtienen los siguientes resultados para E_{din} mostrados en la tabla [2] junto a las densidades ρ de las vigas que se habían medido en el laboratorio. En la Figura [8] se presenta el histograma de frecuencias de E_{din} , vemos que tiene la misma forma que una distribución de Poisson. Como el número de datos no es suficientemente grande, no se podrá aplicar el Teorema del Límite Central, con lo que no tiene la forma de una distribución Normal. [24]

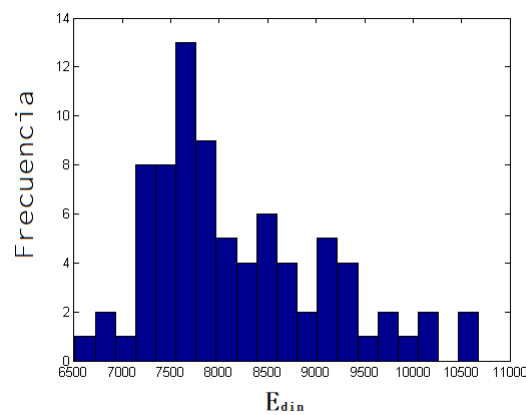


Figura 8: Histograma de E_{din} ajustado a una distribución normal.

Muestra	ρ (g/cm ³)	E_{din} (MPa)
1A1-1	0,360	8413
1B1-1	0,358	7138
1B1-2	0,374	7915
2A1-2	0,351	7414
2A2-2	0,346	7654
2B1-1	0,334	7678
2B1-2	0,324	7697
3A1-1	0,386	9254
3A1-2	0,376	9089
3A2-1	0,388	8565
3B1-1	0,400	7700
3B1-2	0,380	8709
4A1-1	0,330	7632
4A1-2	0,335	7045
4A2-2	0,329	7217
4B1-1	0,328	7359
4B1-2	0,342	7350
5A1-1	0,330	8004
5A1-2	0,329	7294
5A2-2	0,339	7555
5B1-1	0,342	8249
5B2-1	0,356	7437
6A1-1	0,386	8935
6A1-2	0,396	9248
6A2-1	0,380	8366
6B1-1	0,378	8724
6B1-2	0,367	9043
6B2-1	0,370	9829
7A1-1	0,333	7941
7A1-2	0,335	7445
7A2-2	0,342	8524
7B1-1	0,337	7840
7B1-2	0,337	8186
7B2-1	0,338	8155
7B2-2	0,341	8447
8A1-1	0,411	9015
8A1-2	0,381	9325
8A2-1	0,390	9073
8B1-1	0,339	7762
8B1-2	0,339	7715
8B2-1	0,341	8625
8B2-2	0,340	8110

Muestra	ρ (g/cm ³)	E_{din} (MPa)
9A1-1	0,337	7717
9A1-2	0,337	7449
9A2-1	0,350	8460
9B1-1	0,353	8671
9B2-1	0,360	7316
9B2-2	0,342	7568
10A1-1	0,355	8062
10A1-2	0,357	7451
10A2-1	0,349	7573
10B1-1	0,357	7594
10B1-2	0,362	7252
10B2-2	0,351	7758
11A1-1	0,414	9007
11A1-2	0,416	10679
11A2-2	0,400	9928
11B1-1	0,444	9660
11B1-2	0,406	10113
11B2-1	0,439	9312
11B2-2	0,424	9598
12A1-1	0,396	10539
12A1-2	0,404	10139
12B1-1	0,326	7562
12B1-2	0,327	8008
12B2-1	0,363	9165
13A1-1	0,323	7169
13A1-2	0,325	7888
13A2-1	0,323	7228
13B1-1	0,329	6510
13B2-2	0,341	6915
14A1-1	0,325	7271
14A1-2	0,329	7861
14A2-2	0,339	8185
14B1-2	0,328	7865
14B2-2	0,326	7780
15A1-1	0,338	8494
15A1-2	0,329	6771
15A2-1	0,317	7419

Tabla 2: Rigidez obtenida a partir del ensayo de la resonancia. Modelo simplificado.

Si se analiza la rigidez dinámica por árbol (E_{din}), se obtienen los resultados presentados en la Tabla [3].

ÁRBOL	$E_{din}^{medio}(MPa)$	Desviación estándar(MPa)
1	7822	643
2	7611	132
3	8663	606
4	7321	216
5	7708	403
6	9024	496
7	8077	372
8	8518	658
9	7864	564
10	7615	276
11	9757	548
12	9083	1295
13	7142	504
14	7909	411
15	7373	582

Tabla 3: Rigidez dinámica media E_{din} por árbol. Modelo aproximado.

En primera aproximación, dependiendo del árbol a tratar, se ha obtenido una dispersión en los resultados desde el 2% al 14%, como se muestra en la Tabla [3]. En total, en método simplificado, se encontró una rigidez dinámica media para el chopo de $E_{din} = 8090 MPa$, con una desviación estándar de $916 MPa$.

5.2 Comparación con ensayos destructivos.

Este tipo de ensayos deben ser más exactos para el calculo de la rigidez estática (E_{est}). Teóricamente, estos se basan en evaluar la deformación de la pieza frente a la tensión a la que se le somete [23]. Se presentan los resultados mediante los ensayos destructivos para la rigidez, facilitados por el grupo de investigación en la Tabla [4].

<i>Muestra</i>	$E_{est}(MPa)$	<i>Muestra</i>	$E_{est}(MPa)$
1A1-1	8939	9A1-2	8266
1B1-1	7991	9A2-1	9137
1B1-2	9340	9B2-2	8528
2A1-2	8177	10A1-1	8537
2A2-2	8294	10A1-2	7930
2B1-1	8774	10A2-1	8156
2B1-2	8136	10B1-1	8614
3A1-1	9832	10B2-2	8519
3A1-2	10130	11A1-1	11063
3A2-1	9713	11A1-2	11209
3B1-2	7861	11A2-2	10526
4A1-1	8440	11B1-2	11130
4A1-2	7369	11B2-2	11253
4A2-2	7979	12A1-1	11295
4B1-1	9004	12A1-2	10972
4B1-2	8913	12A2-1	11198
5A1-1	8912	12B2-1	9704
5A2-2	8849	13A1-1	13058
5B1-1	8042	13A1-2	9000
5B2-1	7930	13A2-1	8134
6A1-2	10395	13B2-2	7559
6A2-1	11955	14A1-1	8521
7A1-2	8221	14A1-2	9927
7A2-2	9268	14A2-2	9227
7B1-2	8740	14B1-2	9950
7B2-1	8265	14B2-2	9549
8A1-1	9866	15A1-1	9337
8A1-2	10002	15A2-1	8707
8A2-1	10734		
8B2-2	9712		

Tabla 4: E_{est} media obtenida a partir de los ensayos destructivos para cada viga.

Mediante los ensayos destructivos, se obtiene una rigidez estática media del chopo de $E_{est} = 9142 \text{ MPa}$, con una desviación estándar de 1228 MPa .

Para contrastar la validez del ensayo de vibraciones, se compara el resultado con el obtenido en el ensayo destructivo. Esto se realizará mediante un ajuste lineal, en el que se representará E_{din} frente a E_{est} . El ajuste obtenido como se muestra en la Figura [9].

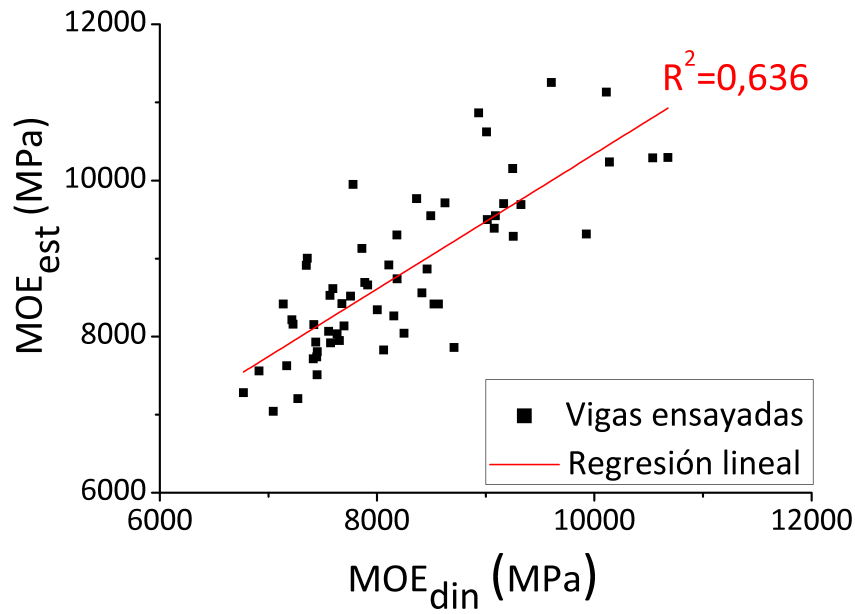


Figura 9: Ajuste lineal. E_{din} frente a E_{est} .

Los coeficientes correspondientes a este ajuste lineal del tipo $Y = aX + b$ son :

$$\begin{cases} a = 0.87 \\ b = 1693.23 \end{cases}$$

Como coeficiente de regresión se ha obtenido con un valor de $R^2 = 0.636$, la nube de datos se ajusta razonablemente a una recta con pendiente positiva. Por lo que podemos afirmar que hay una relación entre los valores obtenidos entre los métodos destructivos y no destructivos. [25]

6 Conclusiones

En este Trabajo de Fin de Grado, se ha investigado la validez de los métodos no destructivos. Se ha comprobado los resultados obtenidos a través de los ensayos destructivos. Los métodos no destructivos aportan fiabilidad para la caracterización de las propiedades mecánicas de la madera.

Para la madera de chopo, tomando un modelo simplificado en ensayo de vibraciones, con el que se calculó una velocidad longitudinal media de $V_{res} = 4786 \text{ m/s}$ y una rigidez dinámica media de $E_{din} = 8090 \text{ MPa}$, con una desviación estándar de $168 \text{ m/sy } 916 \text{ MPa}$ respectivamente. Esta dispersión es característica de la madera. Hay muchas variables no físicas que influyen, como la presencia de hongos o insectos. No se observa una dependencia de la velocidad de propagación con la troza de donde proviene el tablón. Resulta más importante el árbol del que procede el tablón.

Se aplicó el ensayo de vibraciones para la madera de pino, para vigas de pino preparadas para un posterior refuerzo y para las vigas después de pasar por el ensayo destructivo. Para las primeras se tienen las mismas conclusiones sobre el método que con los ensayos realizados con la madera de chopo. Para las segundas se observó una diferencia significativa en el espectro tras el ensayo destructivo.

Como trabajo futuro se puede seguir investigando sobre otros modelos teóricos sobre el ensayo de vibraciones. En particular, se pueden estudiar los modos transversales, colocando el sensor y golpeando verticalmente a la pieza. Se pretende también utilizar un micrófono como sensor con el fin de estudiar las frecuencias de resonancia dentro del espectro audible. Esto daría más precisión en el cálculo de los distintos armónicos, con los que también podemos calcular la rigidez del material según el modelo.

Referencias

- [1] Mathew Legg and Stuart Bradley. Measurement of stiffness of standing trees and felled logs using acoustics: A review. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 139(2):588–604, 2016.
- [2] Jozsef Bodig and Benjamin A Jayne. *Mechanics of wood and wood composites*, volume 712. Van Nostrand Reinhold New York, 1982.
- [3] Xiping Wang, Robert J Ross, and Peter Carter. Acoustic evaluation of wood quality in standing trees. part i. acoustic wave behavior. *Wood and Fiber Science*, 39(1):28–38, 2007.
- [4] Francisco J Rescalvo, María A Ripoll, Elisabet Suarez, and Antolino Gallego. Effect of location, clone, and measurement season on the propagation velocity of poplar trees using the akaike information criterion for arrival time determination. *Materials*, 12(3):356, 2019.
- [5] Francisco Javier Benítez Corral. *Implantación de CFRP como refuerzo de madera antigua estructural*. PhD thesis, Escuela técnica superior de ingeniería de edificación. Universidad de Granada., Septiembre 2017.
- [6] Robert J Ross. *Nondestructive evaluation of wood*, volume 238. Government Printing Office, 2015.
- [7] Antonio Molina Cuevas. *Mecánica teórica: mecánica analítica y mecánica de los medios continuos*. Editorial Universidad de Granada, 2014.
- [8] John G Harris. *Linear elastic waves*, volume 26. Cambridge University Press, 2001.
- [9] Agustín Udias. *Fundamentos de geofísica*. 1997.
- [10] John William Strutt and Baron Rayleigh. *The theory of sound*. Dover, 1945.
- [11] Xiping Wang. Acoustic measurements on trees and logs: a review and analysis. *Wood Science and Technology*, 47(5):965–975, 2013.
- [12] M Andrews. Where are we with sonics. In *Workshop*, pages 57–61, 2000.
- [13] RP Feymann, RB Leighton, and M Sands. The feymann lectures on physics. *Volume I and II, Narosa Publishing House*, 1963.
- [14] Gustavo Basso. Análisis espectral. *La trasformada de Fourier en la Música, Ed*, 1999.
- [15] José M Carcione. *Wave fields in real media: Wave propagation in anisotropic, anelastic, porous and electromagnetic media*, volume 38. Elsevier, 2007.
- [16] Nguyen Dinh Pham, Heiner Igel, Josep de la Puente, Martin Käser, and Michael A Schoenberg. Rotational motions in homogeneous anisotropic elastic media. *Geophysics*, 75(5):D47–D56, 2010.
- [17] V Bucur. An ultrasonic method for measuring the elastic constants of wood increment cores bored from living trees. *Ultrasonics*, 21(3):116–126, 1983.

-
- [18] Rubén Pico, Francisco Camarena, Eva Escuder, and José Manuel Peñafiel. Medida de las constantes elásticas de maderas densas por métodos ultrasónicos. *Revista de Acustica*, (35), 2004.
- [19] V Bucur and F Feeney. Attenuation of ultrasound in solid wood. *Ultrasonics*, 30(2):76–81, 1992.
- [20] Masumi Hasegawa, Masato Takata, Junji Matsumura, and Kazuyuki Oda. Effect of wood properties on within-tree variation in ultrasonic wave velocity in softwood. *Ultrasonics*, 51(3):296–302, 2011.
- [21] Matthew J Waghorn. Effect of initial stand spacing and breed on dynamic modulus of elasticity of pinus radiata. 2006.
- [22] Hao Liu, Jianmin Gao, Yao Chen, and Yi Liu. Effects of moisture content and fiber proportion on stress wave velocity in cathay poplar (*populus cathayana*) wood. *BioResources*, 9(2):2214–2225, 2014.
- [23] Francisco José Rescalvo Fernández et al. Refuerzos de fibra de carbono para rehabilitación de vigas de madera: modelos analíticos, ensayos experimentales y puesta en obra. 2018.
- [24] Bernard Ostle. *Estadística aplicada*. Limusa, 1981.
- [25] Mehrab Madhoushi and Soheyla Daneshvar. Predicting the static modulus of elasticity in eastern cottonwood (*populus deltoides*) using stress wave non-destructive testing in standing trees. *European Journal of Wood and Wood Products*, 74(6):885–892, 2016.